

DOI: 10.16285/j.rsm.2021.0087

基于可靠度的传递系数法显式与隐式对应关系

郭海强, 李安洪, 徐 骏, 李 炼

(中铁二院工程集团有限责任公司, 四川 成都 610031)

摘 要: 传递系数法显式解法与隐式解法在设计表达式、抗滑力定义等方面均存在差异, 造成两种方法的稳定系数(安全系数) K 及拟设工程的抗滑力 P_n 存在争议。针对以上问题, 通过实例对比说明显式解法与隐式解法存在的具体差异; 其次, 引入可靠度的方法计算边(滑)坡的可靠指标, 并通过与安全系数的对应关系分析两种方法差异的原因。研究结果表明, 相同安全系数下, 隐式解法所得到的拟设工程抗滑力 P_n 被放大, 造成二者所设计的抗滑结构产生较大差异; 相同设计参数下, 显式解与隐式解法的稳定系数(安全系数)不等价, 二者所对应的边(滑)坡可靠指标 β 不等, 所对应的稳定系数(安全系数)无法统一。研究结论可用于指导工程设计及相关标准编制。

关 键 词: 边坡; 稳定性; 传递系数法; 显式解; 隐式解; 可靠指标

中图分类号: P 694

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2021)07-2015-08

Study on corresponding relationship between explicit and implicit solutions in slope stability analysis based on reliability

GUO Hai-qiang, LI An-hong, XU Jun, LI Lian

(China Railway Eryuan Engineering Group Co. Ltd., Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: There are differences between explicit and implicit solution methods in design expression, definition of slip resistance etc., resulting in disputes between the two methods in terms of stability factor (safety factor) K and slip resistance of the proposed project. In view of the above problems, the specific differences between the obvious solution and the implicit solution are firstly illustrated through the comparison of examples. Secondly, the method of reliability is introduced to calculate the slope reliability index, the reason for the difference between the two methods is analyzed through the corresponding relation with the safety factor. The results show that under the same safety factor, the slip resistance of the proposed project obtained by the implicit solution is amplified, resulting in a great difference of the anti-sliding structure designed by the two methods. Under the same design parameters, the stability factor (safety factor) K of the explicit solution is not equivalent to the implicit solution, thus their corresponding reliability indexes are different. The stability factor (safety factor) between the two methods can't be unified. The research can be used to guide the engineering design and related standards.

Keywords: slope; stability; transfer coefficient method; explicit solution; implicit solution; reliability index

1 引 言

传递系数法是刚体极限平衡法的一种, 是中国学者提出的边坡稳定分析方法, 因其计算简单, 并能为滑坡治理设计提供推力计算值, 被广泛应用于水利、铁路等领域的边(滑)坡计算, 相应的国家、行业规范均将其列为推荐方法使用^[1-2]。传递系数法有显式解法与隐式解法之分, 显式解法通过增大滑

体自重来增加安全度, 隐式解法通过对滑面上的抗剪强度指标打折来增加安全度。当稳定系数(安全系数) $K \neq 1$ 时, 两种方法的计算结果存在差异, 主要如下:

(1) 稳定系数(安全系数): 相同设计参数下, 显式解法与隐式解法所计算出的稳定系数(安全系数)不一致;

(2) 拟设工程的抗滑力 P_n (滑坡推力): 当指

收稿日期: 2021-01-13

修回日期: 2021-03-24

基金项目: 中铁二院工程集团有限责任公司科技研究计划课题 (No. KYY2019143 (19-21), No. KYY2018075 (18-20))。

This work was supported by the Science and Technology Research Project of China Railway Eryuan Engineering Group Co. Ltd ((KYY2019143 (19-21), (KYY2018075 (18-20))).

第一作者简介: 郭海强, 男, 1987 年生, 博士, 高级工程师, 主要从事路基可靠度的研究工作。E-mail: 1489535@qq.com

定安全系数后, 显式解法和隐式解法所计算出的抗滑力增量是不同的, 故导致两种方法所设计的抗滑桩不一致。

基于以上主要差异, 各行业标准对于显式解法及隐式解法的选择上仍存在较大争议, 以至于推荐采用的方法仍不统一^[3-7]。

针对显式解法与隐式解法的区别, 相关学者开展了大量研究^[8-14], 但现有研究多基于安全系数法框架进行讨论, 一些关键问题仍未得到很好的解释。为此, 本文通过引入可靠度来分析判断显式解法与隐式解法的区别及合理性。

2 传递系数法表达式

传递系数法不论是显式解法还是隐式解法, 其力学原理均是基于条块的力学平衡, 如图 1 所示。假设条块的剩余下滑力(条间力)方向平行于底面(滑面), 把当前条块的剩余下滑力分解为垂直于下一条块滑面的正应力和平行于下一条块滑面的下滑力。

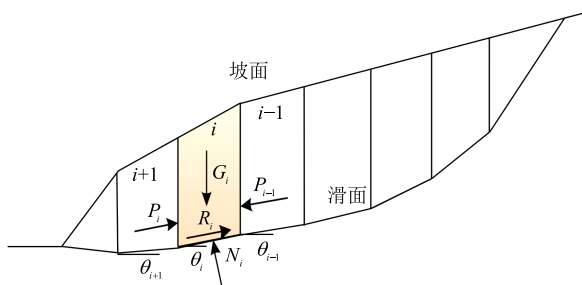


图 1 传递系数法条块受力模型

Fig.1 Stress model of slice by transfer coefficient method

2.1 显式解法表达式

传递系数显式解法又称下滑力增大法, 原理是通过增大下滑力 T (由现在的 T 增大到最不利时的 KT , $K>1$) 以相应提高安全度。

2.1.1 显式解法滑坡推力

第 i 条块的显式解法滑坡推力计算公式为

$$\left. \begin{aligned} P_i &= KT_i + P_{i-1}\psi_{i-1} - R_i = \\ &KG_i \sin \theta_i + P_{i-1}\psi_{i-1} - (G_i \cos \theta_i \tan \varphi_i + c_i L_i) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\psi_{i-1} = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) - \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \tan \varphi_i$$

式中: P_i 为第 i 计算条块与第 $i+1$ 计算条块单位宽度剩余下滑力 (kN/m), 当 $P_i < 0$ ($i < n$) 时, 取 $P_i = 0$; P_{i-1} 为第 $i-1$ 计算条块与第 i 计算条块单位宽度剩余下滑力 (kN/m); T_i 为第 i 计算条块单位宽度重力及其他外力引起的下滑力 (kN/m); R_i 为第 i 计算条块单位宽度重力及其他外力引起的抗滑力 (kN/m); ψ_{i-1} 为第 $i-1$ 计算条块对第 i 计算条块的传递系数;

G_i 为第 i 计算条块滑面单位宽度自重 (kN/m); θ_i 、 θ_{i-1} 分别为第 i 计算条块与第 $i-1$ 计算条块滑面倾角 ($^\circ$); φ_i 为第 i 计算条块滑面内摩擦角 ($^\circ$); c_i 为第 i 计算条块滑面黏聚力 (kPa); L_i 为第 i 计算条块滑面长度 (m)。

2.1.2 显式解稳定系数 (安全系数)

通过数学归纳式 (1), 可以得到传递系数显式解法的稳定系数 (安全系数) 计算公式:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n + P_n}{\sum_{i=1}^{n-1} T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n} \quad (2)$$

式中: R_n 为拟设工程的抗滑力 (kN/m); ψ_j 为第 i 计算条块对第 $i+1$ 计算条块的传递系数 ($j=i$); T_n 为作用在第 n 块滑体上的下滑力 (kN/m)。

当不考虑拟设工程的抗滑力 P_n 时, 式 (2) 为滑坡治理前的显式解稳定系数计算公式; 当考虑拟设工程的抗滑力 P_n 时, 式 (2) 为滑坡治理后的显式解安全系数计算公式。

式 (2) 显式解稳定系数 (安全系数) 公式的实质可进一步表示为^[8]

$$K = \frac{\text{抗滑力 (指平行于滑面且与滑动方向相反的所有分力)}}{\text{下滑力 (指平行于滑面且与滑动方向相同的所有分力)}} \quad (3)$$

2.2 隐式解法表达式

隐式解法又称强度折减法, 是受国外稳定性计算方法影响而产生的, 原理是将滑带土的抗剪强度指标折减 K 倍 (c 、 $\tan \varphi$ 降为 c/K 、 $\tan \varphi/K$, c 为黏聚力, φ 为内摩擦角) 以相应提高安全度。

2.2.1 隐式解法滑坡推力

第 i 条块的隐式解法滑坡推力计算公式为

$$\left. \begin{aligned} P_i &= P_{i-1}\psi_{i-1} + T_i - R_i / K = \\ &P_{i-1}\psi_{i-1} + G_i \sin \theta_i - (G_i \cos \theta_i \tan \varphi_i + c_i L_i) / K \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\psi_{i-1} = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) - \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \tan \varphi_i / K$$

2.2.2 隐式解稳定系数 (安全系数)

通过数学归纳式 (4), 可以得到传递系数隐式解法的稳定系数 (安全系数) 计算公式:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n}{\sum_{i=1}^{n-1} T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n - P_n} \quad (5)$$

式 (5) 是迭代公式, 当不考虑拟设工程的抗滑力 P_n 时, 式 (5) 为滑坡治理前的隐式解稳定系数计算公式; 当考虑拟设工程的抗滑力 P_n 时, 式 (5)

为滑坡治理后的隐式解安全系数计算公式。

式 (5) 隐式解稳定系数 (安全系数) 公式的实质可进一步表示为^[8]

$K =$

部分抗滑力 (仅指黏聚力和摩擦力)

下滑力-其他抗滑力 (指除黏聚力和摩擦力外的抗滑力)

(6)

3 显式解法与隐式解法对比

造成显式解法与隐式解法的稳定系数 (安全系数) 不一致的原因主要在于设计表达式的 3 点区别, 如表 1 所示。

3.1 设计表达式

由表 1 可知, 当不考虑拟设工程的抗滑力 P_n 及反翘段时, 显式解法与隐式解法的设计表达式差异

表 1 显式解法与隐式解法对比

Table 1 Comparison of explicit solution and implicit solution

区别	显式解	隐式解
设计表达式	显式 (方程右侧不包含 K) $K = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n + P_n}{\sum_{i=1}^n T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n}$	迭代式 (方程右侧包含 K) $K = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n}{\sum_{i=1}^n T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n - P_n}$
抗滑力定义	$\psi_{i-1} = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) - \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \tan \varphi_i$ 拟设工程的抗滑力 P_n 放在分子	$\psi_{i-1} = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) - \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \tan \varphi_i / K$ 拟设工程的抗滑力 P_n 放在分母
反翘段	滑面反翘段的下滑力是被动性质的抗滑力, 应该作为抗力的一部分, 放到分子中。	考虑到土条间不能传递拉力, 将负值推力视为 0, 使其不传递给下一土条。

就是传递系数 ψ_i 不同。当传递系数相等时, 两种解法的稳定系数均相等, 如: 当稳定系数为 1 时, 两种解法的传递系数相等, 显式解法与隐式解法稳定系数相同; 当滑面为直线时, 两种解法的传递系数均为 1, 显式解法与隐式解法稳定系数相同。但是, 当传递系数 ψ_i 不等时, 显式解法与隐式解法的稳定系数必定存在差异, 如: 当滑面为下凹的折线形且稳定系数大于 1 时, 显式解的稳定系数均大于隐式解; 当稳定系数小于 1 时, 显式解的稳定系数小于隐式解。进一步研究发现, 传递系数大小主要受土条底面的倾角差 ($\theta_{i-1} - \theta_i$) 影响, 倾角差越大, 传递系数差值越大, 稳定系数差值越大^[9]。下面通过 2 个条块的折线形滑坡算例, 说明显式解与隐式解稳定系数随土条底面倾角差增加的大小对应关系。

3.1.1 算例 1

根据勘察资料某边 (滑) 坡体可分为 2 个块段,

如图 2 所示, 每个滑块的重力、滑面长度、滑面倾角及滑面抗剪强度标准值分别为: $G_1=700$ kN/m, $L_1=12$ m, $\beta_1=20^\circ$, $G_2=820$ kN/m, $L_2=10$ m, $\beta_2=10^\circ$, $\varphi=10^\circ$, $c=10$ kPa; 滑坡稳定系数如表 2 所示。

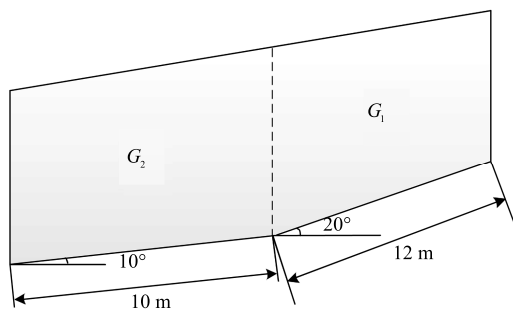


图 2 计算简图 (算例 1)

Fig.2 Calculation diagram (case 1)

表 2 显式解法与隐式解法稳定系数计算结果对比

Table 2 Comparison of stability coefficient obtained by explicit solution and implicit solution

项目	隐式解法	显式解法
第 1 滑块	下滑力: $T_1 = 700 \times \sin 20^\circ = 239.41$ kN/m 抗滑力: $R_1 = 10 \times 12 + 700 \times \cos 20^\circ \times \tan 10^\circ = 235.99$ kN/m	—
第 2 滑块	下滑力: $T_2 = 820 \times \sin 10^\circ = 142.39$ kN/m 抗滑力: $R_2 = 10 \times 10 + 820 \times \cos 10^\circ \times \tan 10^\circ = 242.39$ kN/m	—
传递系数	$\psi_1 = \cos(20^\circ - 10^\circ) - \sin(20^\circ - 10^\circ) \times \tan 10^\circ / K = 0.98 - 0.03 / K$	$\psi_1 = \cos(20^\circ - 10^\circ) - \sin(20^\circ - 10^\circ) \times \tan 10^\circ = 0.95$
稳定系数	$K = \frac{R_1 \psi_1 + R_2}{T_1 \psi_1 + T_2} = \frac{235.99 \times (0.98 - 0.03 / K) + 242.39}{239.41 \times (0.98 - 0.03 / K) + 142.39} = 1.260$	$K = \frac{R_1 \psi_1 + R_2}{T_1 \psi_1 + T_2} = \frac{235.99 \times 0.95 + 242.39}{239.41 \times 0.95 + 142.39} = 1.261$

采用数学方法, 在只变换倾角差的情况下 (倾角差的范围定为 $0^\circ \sim 90^\circ$), 分别按表 2 中显式解

及隐式解稳定系数的表达式, 研究随倾角差增加, 显式解及隐式解的大小关系, 结果如图 3 所示。随

着滑面倾角差的增大, 显式解法的稳定系数比隐式解法的稳定系数的幅值差距增大, 且显式解法的稳定系数大于隐式解法的稳定系数。通过对比发现, 显式解法的传递系数均大于隐式解法, 倾角差在 $0 \sim 40^\circ$ 之间时, 稳定系数的偏差微小, 最大差值为 0.008; 倾角差在 $40^\circ \sim 90^\circ$ 之间时, 两种方法的稳定系数差值逐渐增大, 增大幅值在 0.08~0.20 之间。为减小偏差, 相关规范条文说明规定, 条块划分时一般要求倾角差 ($\theta_{i-1} - \theta_i$) 的绝对值小于 10° 。对于转折处点的倾角变化量超过 10° 时, 应对滑面进行圆角处理, 消除尖角效应, 满足将误差控制在 3% 以内的条件。

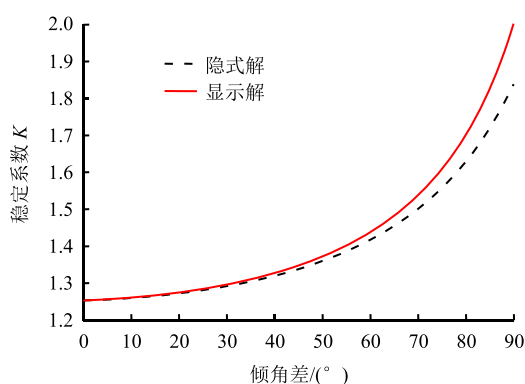


图3 稳定系数与倾角差的对应关系

Fig.3 Corresponding relationship between stability coefficient and dip angle

3.1.2 存在的争议

部分学者认为, 与抗滑力 P_n 通过增大滑体自重来增加安全度 (显式解法) 相比, 通过对滑面上的抗剪强度指标打折来增加安全度 (隐式解法) 得到的稳定系数更加科学可靠, 当滑面为下凹的折线形且稳定系数大于 1 时, 显式解法计算的稳定系数均大于隐式解, 故显式解法偏于危险。

事实上, 作出以上判断前, 需先要确定边 (滑) 坡的真实安全度, 才能衡量是显式解法的稳定系数

偏大还是隐式解法的稳定系数偏小。在参数一定的情况下, 任一边 (滑) 坡的安全度都是唯一的, 而两种方法的土条计算原理完全一致, 各个滑块抗滑力、下滑力均相等 (见表 2), 只是由于系数除的位置不同, 就造成两种计算结果差异, 这更像是数学问题而非物理问题。

3.2 抗滑力的定义

由表 1 可知, 当不考虑传递系数及反翘段时, 显式解法与隐式解法的主要区别在于拟设工程的抗滑力 P_n 不同。下面采用 1 个条块的直线形滑坡算例进行分析。

3.2.1 算例 2

根据勘察资料, 某一直线形滑面的滑坡 (见图 4), 滑面原始参数 $\gamma = 23.1 \text{ kN/m}^3$, $c_1 = 20 \text{ kPa}$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $L = 20 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$, 则滑动前所有刚体极限平衡法的稳定系数均为: $K_1 = \frac{R_1}{T} = \frac{c_1 L + W \cos \theta \tan \varphi_1}{W \sin \theta} = \frac{1\ 200}{1\ 000} = 1.2$; 因某种原因, 强度指标降低, $c_2 = 17 \text{ kPa}$, $\varphi_2 = 21.0^\circ$, 此时 R 减少为 1 000 kN, 则滑坡稳定系数变为: $K_2 = \frac{R_2}{T} = \frac{c_2 L + W \cos \theta \tan \varphi_2}{W \sin \theta} = \frac{1\ 000}{1\ 000} = 1.00$ 。此时, 如果要使安全系数 K 要达到 1.2, 则隐式解法和显式解法所需增加的抗滑力如表 3 所示。

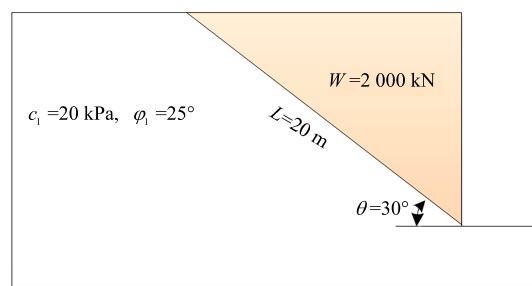


图4 计算简图 (算例 2)

Fig.4 Calculation diagram (case 2)

表3 显式解与隐式解抗滑力及安全系数对比

Table 3 Comparison of sliding resistance and safety factor obtained from explicit solution and implicit solution

项目	隐式解法	显式解法
推力	$P_n = T - \frac{R_2}{K} = 1\ 000 - \frac{1\ 000}{1.2} = 167 \text{ kN}$	$P_n = KT - R_2 = 1.2 \times 1\ 000 - 1\ 050 = 200 \text{ kN}$
安全系数	$K = \frac{R_2}{T - P_n} = \frac{1\ 050}{1\ 000 - 167} = 1.2$	$K = \frac{(R_2 + P_n)}{T} = \frac{(1\ 000 + 200)}{1\ 000} = 1.2$
安全系数对比	$K = \frac{R_2}{T - P_n} \Rightarrow R_2 + KP_n = KT$	$K = \frac{(R_2 + P_n)}{T} \Rightarrow R_2 + P_n = KT$

由表 3 可知, 传递系数隐式解, 如表中隐式解法第 3 行公式所示, 除了下滑力 T 被放大了 K 倍外,

抗滑力 P_n 也被放大了 K 倍。若将抗滑力移到分子上, 即显式解计算方法, 则不会出现抗滑力 P_n 被放

大的情况，如表中显式解法第 3 行公式所示。故显式解需要的抗滑力（200 kN）与隐式解需要的抗滑力（167 kN）相差 K 倍（ $K=1.2$ ）。

以上是针对 1 个滑面的边（滑）坡进行分析，当滑面个数多于 1 个时，显式解和隐式解法计算拟设工程的抗滑力 P_n 和安全系数时，还会受到传递系数的影响：当倾角差较小时，显式解法得到的滑坡推力与隐式解法得到的滑坡推力比值就是所对应的安全系数，如文献[10]所得到结果，见表 4；当倾角差较大时，则显式解法得到的滑坡推力与隐式解法得到的抗滑力 P_n 比值略小于安全系数，如表 5 所示。

表 4 隐式解与显式解结果对比^[10]

Table 4 Comparison of calculation results obtained by explicit solution and implicit solution^[10]

安全系数	抗滑力 P_1 (显式解法) /kN	抗滑力 P_2 (隐式解法) /kN	P_1/P_2
1.20	657	548	1.20
1.25	845	676	1.25
1.30	1 032	794	1.30
1.35	1 220	903	1.35

表 5 某倾角差较大的滑坡隐式解与显式解结果对比

Table 5 Comparison of calculation results a large dip angle landslide obtained by explicit solution and implicit solution

安全系数	抗滑力 P_1 (显式解法) /kN	抗滑力 P_2 (隐式解法) /kN	P_1/P_2
1.20	5 056.5	4 341.6	1.16
1.25	7 602.7	6 259.5	1.21
1.30	10 148.9	8 037.0	1.26
1.35	12 695.2	9 688.8	1.31

以上分析可准确解释实际设计中的显式解与隐式解计算所遇到的情况，即当指定的安全系数 $K=1$ 时，显式解的抗滑力 P_n 等于隐式解法的抗滑力；当指定的安全系数 $K>1$ 时，显式解的抗滑力大于隐式解法的抗滑力；当滑面为直线时，两者比值等于指定安全系数 K ；当滑面为折线时，滑面倾角差越小，显式解与隐式解的抗滑力 P_n 比值越接近指定的安全系数 K 。当指定的安全系数 $K<1$ 时，显式解抗滑力小于隐式解抗滑力；两者比值大于安全系数 K 。因实际设计时指定的安全系数不会小于 1，此解无实际意义。

3.2.2 存在的争议

部分学者认为，当显式解与隐式解的安全系数 K 相同时，显式解计算的抗滑力 P_n 比隐式解计算的抗滑力 P_n 大，因此以显式解法计算得到的抗滑力 P_n 进行抗滑桩设计时偏于保守。

事实上，显式解的安全系数 K 与隐式解的安全

系数 K 是不等价的。采用两种计算方法，滑坡推力分别放在分子上加或分母上减，得到的安全系数 K 相同，但其所对应的边（滑）坡实际安全度是完全不同的，不同的抗滑力 P_n 施加在边（滑）坡体上，其实际的安全度必定是不同的。

4 边（滑）坡稳定的可靠性评价

用于评价边（滑）坡安全度的方法主要有安全系数法及可靠度评价方法。笔者在针对铁路路基极限状态设计的系列研究中，发现可靠度评价方法与安全系数法之间存在很好的互补性，可以通过可靠性的评价方法来分析解决安全系数法难以解决的问题^[15-17]。为此，通过引入可靠度的评价方法对以上问题做进一步分析。

4.1 可靠指标计算流程及步骤

采用蒙特卡罗法（Monte-Carlo）计算边（滑）坡抗滑稳定性，可靠指标的计算流程如图 5 所示。

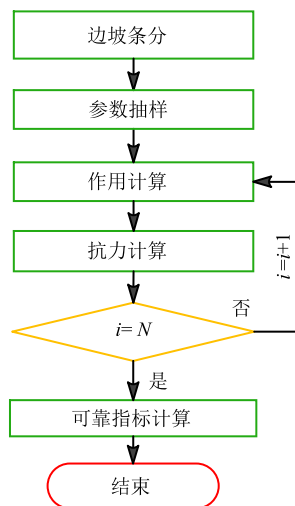


图 5 可靠指标计算流程

Fig.5 Calculation process of reliability index

边（滑）坡抗滑稳定性可靠指标计算步骤如下：

(1) 边坡条分

根据滑面对所选取的边（滑）坡工点进行条分。

(2) 参数抽样

对边（滑）坡稳定性计算功能函数中的 3 个关键变量 c 、 φ 、 γ 进行随机抽样，随机变量统计特征如表 6 所示，表中均值根据具体工点而定^[18]。

表 6 随机变量统计特征

Table 6 Statistical characteristics of random variables

变量名称	均值	变异系数/%	分布类型
黏聚力 c/kPa	—	10	正态分布
内摩擦角 $\varphi/(\text{°})$	—	10	正态分布
坡体重度 $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	—	5	正态分布

(3) 作用及抗力计算

根据传递系数法边(滑)坡抗滑稳定性计算公式, 分别计算抗力(抗滑力) R ($R = \sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n + P_n$)、作用(下滑力) S ($S = \left(\sum_{i=1}^{n-1} T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n \right)$), 并统计边(滑)坡抗滑功能函数 $Z < 0$ 的失效次数。

(4) 可靠指标计算

计算失效概率 P_f 与可靠指标 β :

$$P_f = \frac{M}{N} \quad (9)$$

$$\beta = -\phi^{-1}(P_f) \quad (10)$$

式中: M 为失效次数; N 为抽样次数。

以上计算步骤可通过自编可靠度程序计算软件实现, 如图 6 所示。



图 6 边(滑)坡可靠度计算程序

Fig.6 Calculation program of landslide reliability

4.2 可靠指标与安全系数的对应关系

可靠指标和安全系数之间的关系为

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\frac{\mu_R}{\mu_S} - 1}{\sqrt{\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\right)^2 \delta_R^2 + \delta_S^2}} = \frac{K - 1}{\sqrt{K^2 \delta_R^2 + \delta_S^2}} \quad (11)$$

式中: δ_R 为抗力项变异系数; δ_S 为作用项变异系数; μ_R 、 μ_S 分别为抗力及作用均值; σ_R 、 σ_S 分别为抗力及作用标准差。

由式(11)可知, 可靠指标 β 与安全系数 K 及变异系数 δ_R 、 δ_S 均有关, 通过该表达式可以较好地解释显式解法与隐式解法之间的问题。

4.2.1 设计表达式

当不考虑拟设工程的抗滑力 P_n 时, 式(2)的边(滑)坡抗滑功能函数可表示为: $Z = R - S = \sum_{i=1}^{n-1} R_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + R_n - \left(\sum_{i=1}^{n-1} T_i \prod_{j=i+1}^n \psi_j + T_n \right)$, 该功能函数本身不存在任何稳定系数, 故所得到的抗力与作用均值之比就是显式解法的稳定系数 ($K_{\text{显}} = \mu_{R\text{显}} / \mu_{S\text{显}}$), 由此可知, 当抗力及作用项变异系数一定时, 边(滑)坡抗滑稳定的可靠指标与显式解法的稳定系数 K 是一一对应的。而隐式解法的抗力及作用项中传递系数 ($\prod_{j=i+1}^n \psi_j$) 存在系数 K , 导致其功能函数无法写成经典极限状态方程的形式 ($Z = R - S \geq 0$), 需将隐式解法计算边(滑)坡的可靠度的功能函数做适当处理, 其中一种作法是在隐式解法安全系数基础上定义功能函数, 即 $Z = K - 1$ [19]。通过实际计算发现, 当 $K > 1$ 时, 采用隐式解功能函数计算出的可靠指标小于显式解功能函数所计算出的可靠指标, 如表 7 所示。因此, 显式解法求解的稳定系数 K 及可靠指标 β 是与边(滑)坡实际安全度对应的指标, 相关学者关于显式解法偏于危险的说法并不合适。

表 7 拟设工程前显式解与隐式解可靠指标计算对比

Table 7 Comparison of reliability index of the proposed project obtained from explicit solution and implicit solution

方法	稳定系数 K	可靠指标 (理论)
隐式解法	1.25	2.15
显式解法	1.33	2.66

注: 由于算例 1 显式解与隐式解稳定系数结果差异小, 故将内摩擦角改为 20° , 第 1 个滑面倾角改为 60° , 滑体重度为 23.1 kN/m^3 , 其余计算参数参照算例 1 及表 6。

4.2.2 抗滑力的定义

前文已分析在设计表达式中抗滑力放到分子上加或分母上减时, 显式解与隐式解的安全系数 K 相同, 但其所对应的边(滑)坡实际安全度是完全不同的问题。而采用可靠度的计算方法不仅可完全避免传统安全系数法放到计算公式分子或分母上造成安全度差异的问题, 同时也可以真实反映结构的安全度差距有多大。下面通过计算算例 2 的可靠指标来分析二者实际安全度的差异。边(滑)坡抽样 200 000 次后的抗滑可靠指标计算结果如表 8 所示, 显式解、隐式解对应的抗滑稳定性控制值均为 1.2, 但是其可靠指标却并不相等, 二者相差接近一个极差 (0.5)。

由此可知, 在安全系数相同的情况下, 采用隐式解法得到的拟设工程的抗滑力 P_n 进行抗滑桩设

计是偏于危险的，因此，现行《建筑边坡工程技术规范》（GB50330—2013）^[3]采用传递系数隐式解

法，安全系数采用前版（GB50330—2002）显式解法的安全系数，结果偏于危险。

表 8 拟设工程后显式解与隐式解可靠指标计算对比

Table 8 Comparison of reliability index of the proposed project obtained from explicit solution and implicit solution

算例	方法	稳定系数或安全系数	抗滑力 /kN	抽样次数 N /次	失效次数 M /次	失效概率 $P_f = \frac{M}{N}$	可靠指标 $\beta = -\phi^{-1}(P_f)$
算例 2 (1 个滑面)	隐式解	稳定系数	1.00	0	200 000	94 519	0.470 00
	显式解	稳定系数	1.00	0	200 000	94 519	0.470 00
	隐式解	安全系数	1.20	167	200 000	3 786	0.018 93
	显式解	安全系数	1.20	200	200 000	1 228	0.006 14

注：当稳定系数为 1 时，理论上的实际可靠指标应为 0，受蒙特卡罗法计算误差影响，可靠指标为 0.07； $\phi^{-1}()$ 为正态分布的反函数。

4.2.3 安全系数 K

由式（9）可知，边（滑）坡安全系数 K 只能反映抗力与作用的均值之比（ $K = \mu_R / \mu_S$ ），不能反映抗力与作用的变异程度，只能根据对滑带土强度指标的变化或取值了解程度来主观定出边（滑）坡安全系数 K 取值大小。而采用可靠度的方法可以较好地解决该问题，无论对滑带土强度指标的变化或取值了解程度有多少，边（滑）坡达到所需要的目标可靠指标必须得到保证并且唯一，而对滑带土强度指标的变化或取值的了解程度，可反映在边（滑）坡的统计特征上，对滑带土强度指标的变化或取值越精准，则小样本情况下的参数的变异性会减小，所需要的抗滑力 P_n 会减小，反之则参数的变异性增大，所需要的抗滑力 P_n 也会增大。如表 9 所示，当保证边（滑）坡抗滑稳定性达到指定的目标可靠指标为 2.50 时，变异系数由小变大，所需的拟设工程的抗滑力 P_n 也由小变大。

表 9 参数变异性对边（滑）坡拟设工程的抗滑力的影响

Table 9 Influence of parameter variability on the anti-sliding force of the proposed project

c 、 φ 变异系数/%	可靠指标	抗滑力/kN
2.5	2.50	63
5.0	2.50	107
10.0	2.50	200
12.5	2.50	246
15.0	2.50	292

注：表中仅改变参数 c 、 φ 的变异系数，其他设计参数和算例 2 一致。

5 结 论

（1）相同安全系数下，采用隐式解法得到的滑坡推力 P_n 被放大，造成所设计的抗滑结构存在较大差距。建议在实际边（滑）坡防治工程中，当安全系数相同时，优先选用显式解法进行滑坡推力计算。

（2）相同设计参数下，显式解法与隐式解法所

计算出的边（滑）坡实际可靠指标 β 不同，所对应的稳定系数（安全系数）不等价，显式解法与隐式解法的稳定系数（安全系数）是无法统一的，该结论可为《铁路路基支挡结构设计规范》（TB10025—2019）^[5]等规范修编提供支撑。

（3）显式解法与隐式解法的稳定系数（安全系数）不等价，故现行《建筑边坡工程技术规范》（GB50330—2013）^[3]采用传递系数隐式解法，安全系数采用前版（GB50330—2002）显式解法的安全系数，结果可能偏于危险。

（4）可靠度评价方法与安全系数法之间存在很好的互补性，基于可靠度的计算方法可通过改变边（滑）坡参数变异性来反映对滑带土强度指标的变化或取值的了解程度，避免主观性判断。滑带土强度指标的变化或取值越精准，变异性越小，抗滑力 P_n 越小，反之亦然。建议在针对复杂边（滑）坡工点设计时，将边（滑）坡可靠度计算作为一种补充计算方法。

参 考 文 献

- [1] 吴顺川. 边坡工程[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2017: 149-153.
WU Shun-chuan. Slope engineering[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2017: 149-153.
- [2] 徐邦栋. 滑坡检算[J]. 土木工程学报, 1960(2): 26-35.
XU Bang-dong. Landslide stability evaluation[J]. China Civil Engineering Journal, 1960(2): 26-35.
- [3] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB50330—2013 建筑边坡工程技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.
Ministry of Housing and Urban-Rural Construction of the People's Republic of China. GB50330—2013 Technical code for building slope engineering[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2013.

- [4] 中华人民共和国自然资源部. GB/T38509—2020 滑坡防治设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2020.
Ministry of Natural Resources of the People's Republic of China. GB/T38509—2020 Code for the design of landslide stabilization[S]. Beijing: China Planning Press, 2013.
- [5] 国家铁路局. TB10025—2019 铁路路基支挡结构设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2019.
State Railway Administration. TB10025—2019 Code for design of retaining structures on railway subgrade[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2019.
- [6] 国家铁路局. TB10035—2018 铁路特殊路基设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2018.
State Railway Administration. TB10035—2018 Code for design on special subgrade of railway[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2018.
- [7] 中华人民共和国交通运输部. JTG D30—2015 公路路基设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG D30—2015 Code for design of highway subgrade[S]. Beijing: China Communications Press, 2015.
- [8] 沈尧亮, 侯殿英. 传递系数法的原型与衍生[J]. 工程勘察, 2010(增刊 1): 477-485.
SHEN Yao-liang, HOU Dian-ying. Transfer coefficient method of prototype and derivatives[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Investigation and Surveying**, 2010(Suppl.1): 477-485.
- [9] 方玉树. 滑坡稳定分析传递系数法若干问题探讨[J]. 工程地质学报, 2007(5): 607-611.
FANG Yu-shu. Some problems in transmitting coefficient method for landslide stability analysis[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2007(5): 607-611.
- [10] 赵尚毅, 郑颖人, 敖贵勇. 考虑桩反作用力和设计安全系数的滑坡推力计算方法—传递系数隐式解法[J]. 岩石力学与工程学报, 2016(8): 1668-1676.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, AO Gui-yong. Calculation method of landslide thrust considering the reaction force of piles and factor of safety-implicit solution using transfer coefficient[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016(8):1668-1676.
- [11] 黄先光. 滑坡稳定系数与安全系数的异同[J]. 兰州交通大学学报, 2015, 34(6): 32-37.
HUANG Xian-guang. Similarities and differences between stability factor and safety factor of landslide[J]. **Journal of Lanzhou Jiaotong University**, 2015, 34(6): 32-37.
- [12] 郑颖人, 赵尚毅. 边(滑)坡工程设计中安全系数的讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(9): 1937-1940.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Discussion on safety factors of slope and landslide engineering design[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(9): 1937-1940.
- [13] 邱永平, 刘菀茹, 张东卿, 等. 边坡稳定性分析中传递系数法显式解和隐式解安全系数的对应关系探讨[J]. 高速铁路技术, 2019, 10(5): 5-8.
QIU Yong-ping, LIU Wan-ru, ZHANG Dong-qing, et al. Discussion on corresponding relationship between explicit solution and implicit solution safety coefficient in slope stability analysis[J]. **High Speed Railway Technology**, 2019, 10(5): 5-8.
- [14] 时卫民, 郑颖人, 唐伯明. 滑坡稳定性评价方法的探讨[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 545-548.
SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren, TANG B M. Discussion on evaluation method of landslide stability[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(4): 545-548.
- [15] 郭海强, 罗一农, 李安洪. 倾斜基底作用对挡土墙可靠指标的影响[J]. 高速铁路技术, 2018(4): 5-8.
GUO Hai-qiang, LUO Yi-nong, LI An-hong. The effect of sloped heel influence on reliability index of retaining wall[J]. **High Speed Railway Technology**, 2018(4): 5-8.
- [16] 张天龙, 曾鹏, 李天斌, 等. 基于主动学习径向基函数的边坡系统可靠度分析[J]. 岩土力学, 2020, 41(9): 3098-3108.
ZHANG Tian-long, ZENG Peng, LI Tian-bin, et al. System reliability analyses of slopes based on active-learning radial basis function[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(9): 3098-3108.
- [17] 蒋水华, 李典庆. 考虑参数空间变异性多层土坡系统可靠度分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 629-633.
JIANG Shui-hua, LI Dian-qing. Reliability analysis of multilayered soil slopes system considering spatial variability of soil properties[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Suppl. 1): 629-633.
- [18] 魏永幸, 罗一农, 刘昌清. 支挡结构设计的可靠性[M]. 北京: 人民交通出版社, 2017: 109-111.
WEI Yong-xing, LUO Yi-nong, LIU Chang-qing. Reliability of the design of retaining structure[M]. Beijing: China Communications Press, 2017: 109-111.
- [19] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis: theory, methods and programs[M]. Beijing: China WaterPower Press, 2003.